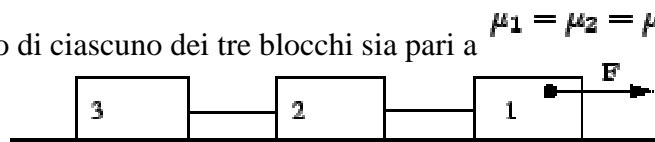


Esercizio 1

Tre blocchi di massa rispettivamente $m_1 = 5$ Kg, $m_2 = 2$ Kg e $m_3 = 3$ Kg poggiano su un piano orizzontale e sono uniti da due funi (vedi figura). Sul blocco 1 agisce una forza orizzontale pari a $F = 35$ N. Si determini l'accelerazione di ciascun blocco e la tensione delle due funi nel caso in cui:

- a) non vi sia attrito tra blocchi e piano
 b) l'attrito dinamico di ciascuno dei tre blocchi sia pari a $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu = 0.2$



Soluzione:

Risolviamo direttamente il caso con attrito; il caso senza attrito si ricava da questo ponendo $\mu = 0$. I tre blocchi sono ovviamente vincolati a muoversi con la stessa legge oraria, quindi avranno una accelerazione comune di modulo a . Le forze di attrito si oppongono alla forza F , e sono proporzionali al peso dei rispettivi blocchi:

$$F_{tot} = F - \mu m_1 g - \mu m_2 g - \mu m_3 g = F - \mu M g$$

dove $M = m_1 + m_2 + m_3$ è la massa totale del sistema dei tre blocchi. L'accelerazione comune sarà allora:

$$a = \frac{F_{tot}}{M} = \frac{F}{M} - \mu g$$

quindi $a = 3.5 \text{ m/s}^2$ nel caso senza attrito e $a \sim 1.538 \text{ m/s}^2$ nel caso con attrito. Passando alle tensioni delle corde, possiamo scrivere il seguente insieme di equazioni:

$$\begin{cases} F - T_{12} - \mu m_1 g & = m_1 a \\ T_{12} - T_{23} - \mu m_2 g & = m_2 a \\ T_{23} - \mu m_3 g & = m_3 a \end{cases} \implies \begin{cases} F & = (m_1 + m_2 + m_3)(a + \mu g) \\ T_{12} & = (m_2 + m_3)(a + \mu g) \\ T_{23} & = m_3(a + \mu g) \end{cases}$$

$$\implies \begin{cases} a + \mu g & = \frac{F}{M} \\ T_{12} & = (m_2 + m_3) \frac{F}{M} = 17.5 \text{ N} \\ T_{23} & = m_3 \frac{F}{M} = 10.5 \text{ N} \end{cases}$$

come si vede, le tensioni non dipendono da μ .

Esercizio 2

Un bambino gioca con una pallina su una pista collocata sopra un tavolo ad altezza $H = 1.2$ m rispetto al pavimento (vedi figura). Il bimbo vuole colpire con la pallina un bersaglio sul pavimento

a distanza $D = 60$ cm dal piede del tavolo. La pista è inclinata di $\alpha = 25^\circ$ rispetto al piano orizzontale del tavolo e tra la fine della pista e il bordo del tavolo c'è una distanza $d = 20$ cm.

a)

Quale deve essere la velocità con cui la pallina arriva al bordo del tavolo?

b)

Se il bimbo lascia partire da ferma la pallina, da quale altezza h rispetto al tavolo deve lasciarla andare? Si supponga che

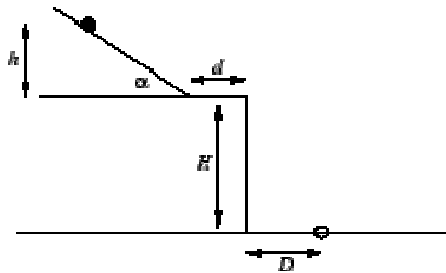
b_1)

non vi siano attriti

b_2)

lungo il tratto orizzontale sul tavolo vi sia un attrito con coefficiente $\mu = 0.25$.

(Si assuma che nel punto di cambio di pendenza tra pista e tavolo la velocità lineare della pallina non cambi in modulo).



Soluzione:

La caduta della pallina è un moto parabolico con velocità iniziale parallela all'asse \hat{x} . Il tempo per

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

cadere di un dislivello H è ; in questo tempo lo spazio percorso è vt che deve essere uguagliato alla gittata richiesta D , per cui:

$$\begin{cases} t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \\ v = \frac{D}{t} \end{cases} \Rightarrow v = D \sqrt{\frac{g}{2H}} \sim 1.213 \text{ m/s}$$

Nel caso di assenza di attrito, la velocità v deve essere acquistata lungo il piano inclinato. Siccome

$$x = \frac{1}{2}at^2 \quad a = g \sin \alpha$$

la pallina è supposta partire da ferma, la legge oraria è semplicemente , dove è la componente dell'accelerazione di gravità lungo il piano inclinato (la componente ortogonale viene annullata dalla reazione vincolare). La distanza percorsa è legata all'altezza di partenza da $h = x \sin \alpha$, e la velocità finale sarà $v = at$. Riunendo tutte queste formule otteniamo:

$$v = at = a\sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{2xa} = \sqrt{2\frac{h}{\sin\alpha}g\sin\alpha} = \sqrt{2hg}$$

$$h = \frac{v^2}{2g} \sim 7.5$$

da cui $h \sim 7.5$ cm. Il risultato è indipendente dalla inclinazione del piano. Infatti si poteva ottenere considerando la conservazione dell'energia:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v^2}{2g}$$

Se c'è attrito lungo il piano orizzontale, la velocità alla base del piano inclinato dovrà essere v' più grande di v per compensare il rallentamento dovuto all'attrito. La decelerazione corrispondente

all'attrito è $a = \mu g$, quindi:

$$\begin{cases} v' = v + at \\ d = v't - \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{v'^2 - v^2}{2a} \quad \Rightarrow \quad v' = \sqrt{v^2 + 2\mu gx} = 1.566 \text{ m/s}$$

$$h = \frac{v'^2}{2g} \sim 12.5$$

In modo analogo a prima si ricava allora $h \sim 12.5$ cm. Anche in questo caso si poteva ricorrere alla conservazione dell'energia introducendo il lavoro μmgd fatto dalla forza di attrito:

$$mgh = \mu mgd + \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad h = \mu d + \frac{v^2}{2g}$$

Esercizio 3

Una pietra di massa $m=0.5$ Kg, inizialmente in quiete, viene lasciata cadere al suolo da un'altezza h . La pietra penetra nel terreno per una profondità $d=0.5$ m; la resistenza del terreno è riassumibile in una forza media $F=30$ N. Si determino:

- la velocità v della pietra nell'istante in cui urta il suolo;
- l'altezza h da cui viene fatta cadere.

Risultati: a) $v=7.08$ m/s b) $h=2.56$ m

Esercizio 4

Un blocco di 3 Kg è tenuto contro una molla di costante elastica $k=25$ N/cm, comprimendo la molla di 3 cm dalla sua posizione rilassata. Quando il blocco è rilasciato, la molla spinge il blocco verso l'alto lungo un piano inclinato di 20° avente un coefficiente di attrito $\mu=0.1$.

Determinare:

- il lavoro fatto dalla molla;
- il lavoro fatto dalla forza di attrito mentre il blocco si muove di 3 cm;
- la velocità del blocco quando la molla raggiunge la posizione di equilibrio;
- lo spazio percorso dal blocco sul piano inclinato;
- nel caso in cui il blocco sia attaccato alla molla, quanto sarà estesa la molla prima che il blocco si fermi?

Risultati: a) $L=1.13$ J b) $L=-0.083$ J c) $v=0.7$ m/s d) $s=8.8$ cm e) $x=2$ cm

Esercizio 5

Un corpo di massa m , inizialmente fermo ad una altezza $h = 4.9$ m, scivola senza attrito lungo un piano inclinato di 60° . Giunto in fondo al piano inclinato incontra la superficie scabra del pavimento che ha un coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.5$.

Determinare:

- lo spazio percorso dal corpo sulla superficie scabra;
- il tempo totale in cui il corpo è in moto.

Risultati: a) 9.8 m; b) 3.1 s

6. Un uomo sta su una bilancia in un ascensore che ha un'accelerazione a . La bilancia indica 960 N. Quando l'uomo solleva un blocco di 20 kg, la bilancia indica 1200 N. Si trovi l'accelerazione a .

7. Una cassa da 100 kg cade da un autocarro che viaggia su una strada orizzontale alla velocità di 88 km/h. Atterra sull'asfalto e striscia per 100 m prima di arrestarsi. Supponendo una decelerazione costante, calcolare il coefficiente di attrito dinamico.

8. Un baule di massa totale 50 kg viene fatto strisciare sul pavimento da una donna che esercita una forza di 300 N diretta all'ingiù e in avanti a 30° con l'orizzontale. Se $\mu_s = 0,5$ e $\mu_d = 0,4$, calcolare l'accelerazione del baule. E se $\mu_s = 0,4$ e $\mu_d = 0,3$, quanto varrebbe l'accelerazione?

9. Un blocco di 263 g è lasciato cadere verticalmente su una molla di costante elastica $k = 2.52$ N/cm. Il blocco colpisce la molla che si accorcia di 11.8 cm prima di fermarsi momentaneamente. Quanto lavoro viene compiuto nella compressione della molla a) dalla forza di gravità; b) dalla molla? c) Quanto vale la velocità del blocco un istante prima di colpire la molla? d) Se la velocità con cui il blocco colpisce la molla si raddoppia, di quanto viene compressa la molla? (si trascurino gli attriti)

10. Un blocco di massa $m = 2$ kg è lasciato cadere da un'altezza di 1 m su una molla disposta verticalmente di costante elastica $k = 18$ N/cm e lunghezza a riposo $l_0 = 30$ cm. Calcolare la compressione massima della molla. (si trascurino gli attriti)

11. Un blocco di massa $m = 3,18$ Kg è lasciato andare da fermo dall'alto di un piano inclinato di 30 gradi, alla cui fine è posta una molla di costante elastica $K = 544,2$ N/cm. Il blocco si ferma momentaneamente dopo aver compresso la molla di 5,48 cm. Calcolare lo spazio totale percorso dal blocco fino a questo punto, sapendo che il coefficiente di attrito dinamico tra piano e blocco è 0,2.

12. Un corpo di massa $m = 350 \text{ g}$, appeso ad una fune priva di massa ed inestensibile, viene posto in rotazione su di un piano verticale. Se la tensione della fune nel punto più in alto della circonferenza è nulla, calcolare la tensione della fune nel punto più in basso del percorso. (Trascurare gli attriti)

13. Una sciatrice di 60 kg parte da ferma dalla sommità di una collina alta 60 m e, raggiunta la base alla velocità di 30 m/s , prosegue in piano per una distanza $D = 80 \text{ m}$ prima di fermarsi a causa dell'attrito. Determinare il lavoro compiuto dalle forze di attrito in tutto il percorso ed il coefficiente di attrito fra sci e neve nel tratto piano.

14. Una palla di massa $m = 7.5 \text{ kg}$ compie un urto frontale elastico con una seconda palla ferma e rimbalza indietro con una velocità pari ad $\frac{1}{4}$ della velocità iniziale. Determinare la massa della seconda palla.

15. Una palla con velocità $V = 5 \text{ m/s}$ compie un urto frontale elastico con una seconda palla ferma ed entrambe proseguono il loro moto nella direzione e verso della V iniziale. Sapendo che la velocità della prima palla dopo l'urto è $\frac{1}{3}$ di quella iniziale determinare la velocità finale della seconda.