Abbiamo visto l'importanza della quantità di moto nella descrizione dei moti traslatori di una particella o di un sistema di particelle e le relazioni che legano la variazione della quantità di moto alla forza media o alla risultante delle forze esterne :

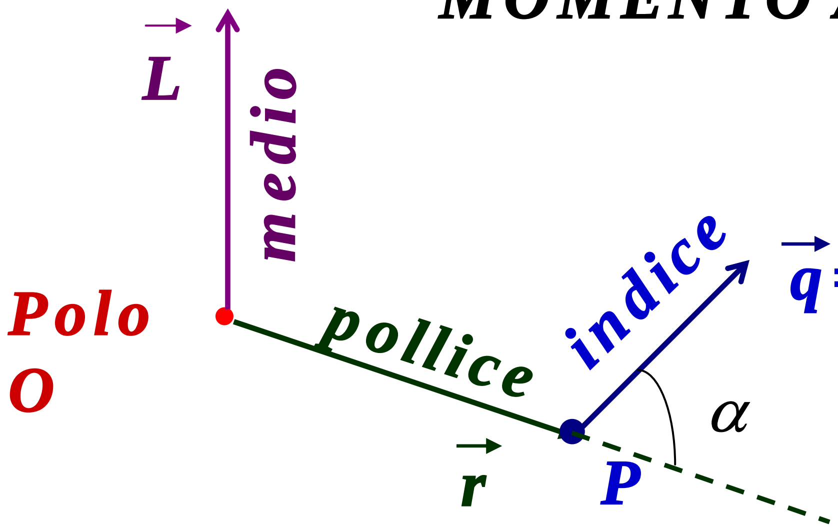
$$\Delta\vec{q} = \vec{F}_m \Delta t$$ ***per una particella***

$$\Delta\vec{Q} = \vec{R}_{est} \Delta t$$ ***per un sistema di particelle***

Inoltre abbiamo visto che la quantità di moto di una particella isolata o di un sistema di particelle isolato si conserva:

Se $\vec{R}_{est} = 0$ $\qquad \vec{Q} = cost$

MOMENTO ANGOLARE



$\vec{q} = m\vec{v}$

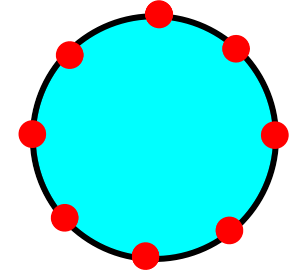
$\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$

$L = m\, r\, v\, \mathrm{sen}\, \alpha$

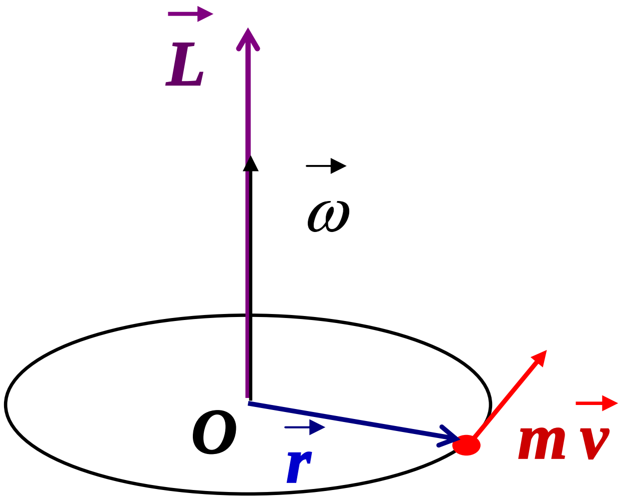
Il vettore momento angolare ha direzione perpendicolare al piano individuato dal vettore posizione e dal vettore quantità di moto, verso stabilito dalla regola della mano destra.

dimensioni $\left| M L^{2} T^{-1} \right|$ unità di misura $kg \cdot m^{2} \cdot s^{-1}$

Particella in moto circolare uniforme.



Calcoliamo il momento angolare con polo in O, centro della circonferenza.



$$\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v} \qquad L = rmv\,\mathrm{sen}\frac{\pi}{2} = rmv$$

$$v = \omega r \qquad L = mr^2\omega$$

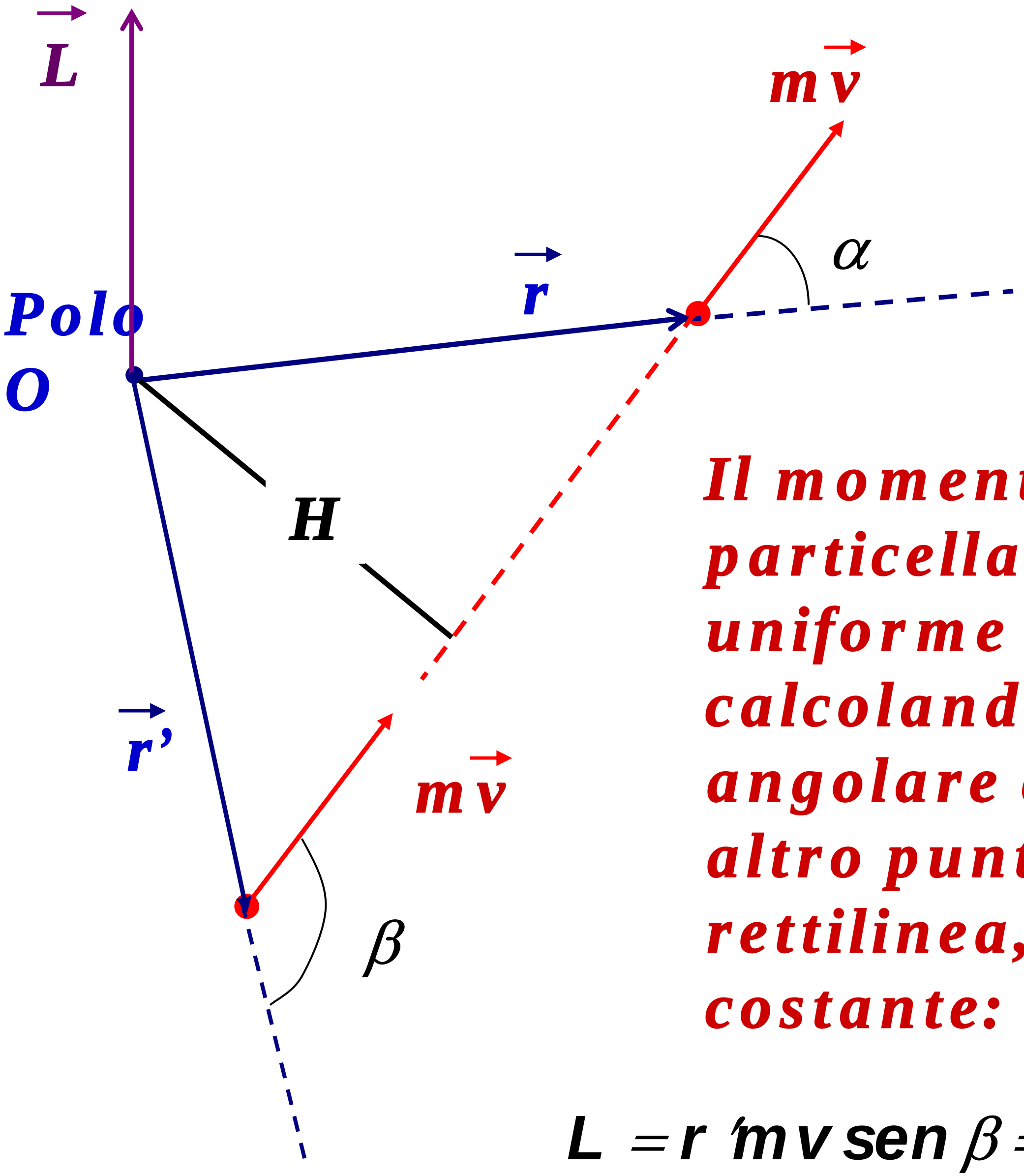
$I = mr^2$ è il momento di inerzia della particella, quindi:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

avendo introdotto il vettore velocità angolare che ha la direzione dell'asse di rotazione e il verso tale da vedere la particella ruotare in verso antiorario (direzione e verso del momento angolare).

$\vec{L} = I\vec{\omega}$ è il momento angolare della particella in moto circolare uniforme, quando il polo è nel centro della circonferenza.

Particella in moto rettilineo uniforme



$$\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$$

$$L = r\,m\,v\,\mathrm{sen}\,\alpha$$

$$L = mvH = \mathrm{cost}$$

Il momento angolare di una particella in moto rettilineo uniforme è costante; infatti calcolandolo il momento angolare della particella in un altro punto della sua traiettoria rettilinea, percorsa con velocità costante:

$$L = r'mv\,\mathrm{sen}\,\beta = r'mv\,\mathrm{sen}(\pi - \beta) = mvH$$

Variazione del momento angolare di una particella:

$\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$ **Si può dimostrare che:**

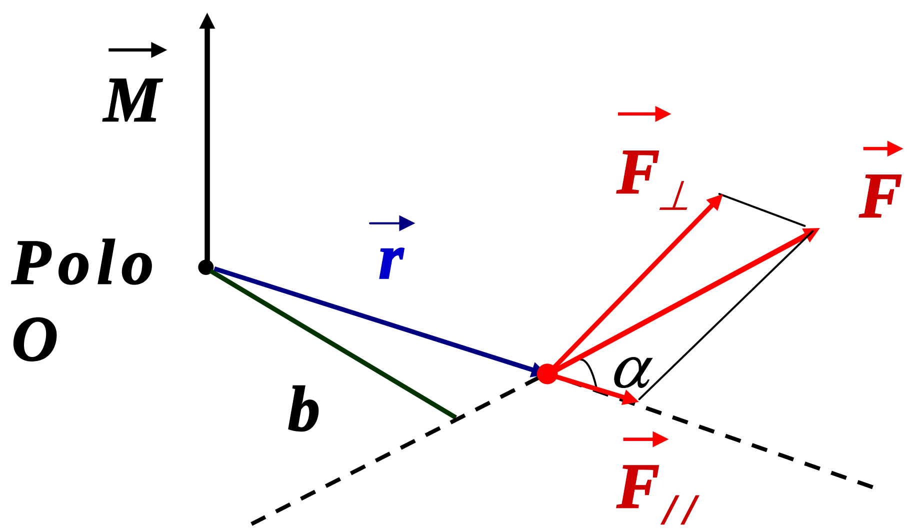
$$\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \frac{\Delta(\vec{r} \wedge \vec{q})}{\Delta t} = \vec{r} \wedge \frac{\Delta \vec{q}}{\Delta t} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

Il prodotto vettoriale:

$$\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

è il momento della forza, calcolato rispetto allo stesso polo scelto per il momento angolare.

MOMENTO DI UNA FORZA



Direzione perpendicolare al piano individuato dai vettori $\vec{r}$ e $\vec{F}$. Verso stabilito con la regola della mano destra.

$b = r \operatorname{sen} \alpha$

$F_{\perp} = F \operatorname{sen} \alpha$

Modulo: $M = rF\operatorname{sen}\alpha = rF_{\perp} = Fb$

Il momento della forza $\vec{F}_{//}$ è nullo

Variazione e conservazione del momento angolare di una particella

$$\frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} = \vec{M} \qquad \vec{L} = I\,\vec{\omega}$$

$$I\,\frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \vec{M} \qquad I\,\vec{\alpha} = \vec{M}$$

dove $\vec{\alpha}$ è l'accelerazione angolare.

$$\text{Se } \vec{M} = 0 \qquad \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} = 0 \qquad \vec{L} = cost$$

Il momento angolare di una particella si conserva, se è nulla la somma vettoriale dei momenti delle forze, che agiscono sulla particella.