Quantità di moto di una particella e sua variazione

1 particella: $\vec{q} = m\vec{v}$ $\quad \left[MLT^{-1} \right] \quad kg \cdot ms^{-1}$

Interazione con gli oggetti circostanti: $\Delta\vec{q} = \Delta(m\vec{v})$

E se si può ritenere costante la massa: $\Delta\vec{q} = m\Delta\vec{v}$

$$\frac{\Delta\vec{q}}{\Delta t} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = m\vec{a}_m = \vec{F}_m \qquad \Delta\vec{q} = \vec{F}_m \Delta t \qquad N \cdot s$$

Conservazione della quantità di moto

In un sistema di riferimento inerziale, la quantità di moto di una particella isolata o soggetta a forze con risultante nulla si conserva (altra formulazione della legge di inerzia).

Quantità di moto di un sistema di particelle

$\vec{Q} = \sum_i m_i \vec{v}_i$ Ricordiamo le coordinate del centro di massa e scriviamo:

$$M x_c = \sum_i m_i x_i \qquad M y_c = \sum_i m_i y_i \qquad M z_c = \sum_i m_i z_i$$

Se le particelle sono in moto:

$$M \frac{\Delta x_c}{\Delta t} = \sum_i m_i \frac{\Delta x_i}{\Delta t} \qquad M \frac{\Delta y_c}{\Delta t} = \sum_i m_i \frac{\Delta y_i}{\Delta t} \qquad M \frac{\Delta z_c}{\Delta t} = \sum_i m_i \frac{\Delta z_i}{\Delta t}$$

$$M v_{cx} = \sum_i m_i v_{ix} \qquad M v_{cy} = \sum_i m_i v_{iy} \qquad M v_{cz} = \sum_i m_i v_{iz}$$

Allora: $M \vec{v}_c = \boxed{\sum_i m_i \vec{v}_i}$ Ma anche: $\vec{Q} = \boxed{\sum_i m_i \vec{v}_i}$

Quindi: $\vec{Q} = M \vec{v}_c$

dove: $\vec{Q}$ = quantità di moto totale del sistema

M = massa totale del sistema

$\vec{v}_c$ = velocità del centro di massa

Variazione della quantità di moto di un sistema di particelle

Le particelle del sistema possono interagire tra di loro e/o con i corpi esterni. Perciò si può avere una variazione della quantità di moto del sistema.

$$\Delta\vec{Q} = M\,\Delta\vec{v}_c = \sum_i \Delta\vec{q}_i = \left(\sum_i \vec{F}_i\right)\Delta t = \vec{R}\,\Delta t$$

$$\vec{R} = \vec{R}_{est} + \vec{R}_{int}$$

La somma vettoriale delle forze interne è nulla per il principio di azione e reazione: $\vec{R}_{int} = 0$

Quindi: $\Delta\vec{Q} = \vec{R}_{est}\,\Delta t$ $\qquad \vec{R}_{est} = \dfrac{\Delta\vec{Q}}{\Delta t} = M\,\dfrac{\Delta\vec{v}_c}{\Delta t}$

e per Δt tendente a zero: $\vec{R}_{est} = M\,\vec{a}_C$

Conservazione della quantità di moto di un sistema di particelle

Ricordiamo che:

$$\vec{R}_{est} = \frac{\Delta\vec{Q}}{\Delta t} = M\,\frac{\Delta\vec{v}_c}{\Delta t}$$

Se $\vec{R}_{est} = 0$ $\qquad \dfrac{\Delta\vec{Q}}{\Delta t} = \dfrac{M\,\Delta\vec{v}_c}{\Delta t} = 0 \qquad \vec{Q} = cost \qquad \vec{v}_c = cost$

In un sistema di riferimento inerziale, la quantità di moto di un sistema <u>isolato</u> di particelle, che interagiscono tra di loro, si conserva.

In un sistema di riferimento inerziale, la quantità di moto di un sistema di particelle si conserva anche in presenza di forze esterne con risultante nulla.

Quando la quantità di moto di un sistema di particelle resta costante, la velocità del centro di massa resta costante.